

\*

## چکیده

در این مطالعه اثر انتخاب نوع تابع تولید بر مقادیر برآورد شده پارامترهای ساختاری و اهمیت دقت در انتخاب صحیح تابع برای جلوگیری از استنباطهای نادرست از نتایج مطالعات تجربی نشان داده شده است. در این باره ابتدا تعدادی از فرمهای "انعطاف پذیر" و "انعطاف ناپذیر" به عنوان تابع تولید گندم در منطقه مورد مطالعه برآورد شد و سپس ارزش اقتصادی نهاده آب با استفاده از پارامترهای برآورد شده توابع مذکور محاسبه گردید. مقایسه ارزش اقتصادی آب بر اساس الگوی تابع تولید برتر، که با استفاده از معیارها و آزمونهای اقتصادسنجی صورت گرفته است، با آنچه از به کارگیری پارامترهای سایر الگوها به دست آمده، نشان می‌دهد که تأثیر انتخاب نوع تابع تولید در ارزش محاسبه شده آب مصرفی گندم بسیار قابل توجه است. لذا چنانچه این گونه اطلاعات مبنای سیاستگذاری جدید در بخش کشاورزی قرار گیرد، هزینه انتخاب نادرست تابع تولید بسیار چشمگیر خواهد بود.

---

\* به ترتیب: دانشجوی دوره دکتری و دانشیار گروه اقتصاد کشاورزی دانشگاه تهران

e-mail: J-firoozy@yahoo.com

e-mail: hsalami@ut.ac.ir

## کلید واژه‌ها :

فرم تابعی ، تابع تولید، تصریح صحیح، ارزش اقتصادی آب

### مقدمه

انتخاب صحیح الگوهای اقتصادسنجی و تأثیر آن در نتایج به دست آمده، از مباحث مهم و اساسی در اقتصادسنجی و مطالعات تجربی است. همان گونه که گرین و کندی بیان می‌کنند، نبود دقت کافی در تصریح<sup>۱</sup> مناسب فرمهای تابعی منجر به انتخاب نوعی از تابع می‌شود که ارتباط واقعی بین متغیرها را نشان نمی‌دهد و پارامترهای برآورد شده از این رهگذر اعتبار لازم را ندارد (Greene & Kennedy, 1990). خطر بروز این گونه خطاها از آن جهت همواره وجود دارد که نظریه‌های اقتصادی نیز راهنمایی لازم را برای انتخاب فرم تابع ارائه نمی‌کنند بلکه تنها به بیان مجموعه شرایطی می‌پردازند. برای مثال نظریه تولید نئوکلاسیک‌ها می‌گویند که یک تابع تولید باید دارای مجموعه ویژگیهایی همچون تقعر<sup>۲</sup>، متناهی بودن<sup>۳</sup>، پیوستگی<sup>۴</sup> و دوبارمشتق پذیر بودن<sup>۵</sup> باشد. چمبرز به صورت مشخص دو شرط یکنواختی<sup>۶</sup> و ضرورت<sup>۷</sup> را نیز جزء خصوصیات توابع تولید می‌داند (Chambers, 1988). اساساً تعداد بسیار زیادی از توابع هستند که می‌توانند این خصوصیات را داشته باشند، اما اینکه از این میان کدام یک روابط واقعی میان متغیرها را بهتر نشان می‌دهد مسئله‌ای است که باید با توجه به شرایط تکنولوژیک حاکم بر جریان تولید و با بهره‌گیری از معیارهای اقتصادسنجی و آزمونهای تصریح آن را مشخص کرد. بر همین اساس یکی از مسائل مهم پیش روی پژوهشگران در تحقیقات تجربی‌ای که به نوعی از توابع تولید و هزینه و یا سود استفاده می‌کنند، انتخاب شکل درست تابع است.

1. specification
2. concavity
3. finite
4. continuous
5. twice continuously differentiable
6. monotonicity
7. essentiality

...

اهمیت موضوع انتخاب فرم تابع برای بیان رابطه بین متغیر وابسته و متغیرهای مستقل هنگامی دو چندان می‌شود که پارامترهای برآورد شده الگو مبنای سیاستگذاری جدید قرار گیرد. برای مثال، و همچنانکه در مطالعه حاضر مطرح است، وقتی هدف از برآورد یک تابع تولید به کارگیری پارامترهای آن برای محاسبه ارزش اقتصادی یک نهاد (در اینجا نهاد آب) مصرفی در تولید یک محصول باشد، این محاسبه را می‌توان مبنای تعیین قیمت جدید آن نهاد قرار داد. لذا دقت در انتخاب فرم درست تابع اهمیت ویژه‌ای دارد. نبود بازار گسترده برای نهاد و در نتیجه، نبود دسترسی به اطلاعات بازار در مورد ارزش واقعی آن، که بتواند مبنای مقایسه قرار گیرد، بر اهمیت دقت عمل بیشتر در انتخاب فرم تابع می‌افزاید.

در مطالعه حاضر سعی شده است اهمیت انتخاب فرم تابع و تصریح درست آن با نشان دادن حساسیت تعیین قیمت نهاد آب مصرفی در تولید گندم در زمینهای زیر سد علویان به انتخاب فرمهای مختلف تابع تولید نشان داده شود و از این طریق توجه بیشتر پژوهشگران دست اندرکار این گونه مطالعات تجربی به این مسئله مهم جلب شود. توجه به این نکته از آن جهت اهمیت دارد که به رغم اهمیت انکار ناپذیر شکل تابع، در بسیاری از مطالعات تجربی، بخصوص در مباحث مربوط به کشاورزی، توجه کافی به انتخاب شکل مناسب توابع نمی‌شود و بیشتر پژوهشگران عمده توجه خود را به اشکال تابعی خاص معطوف می‌کنند.

در گذشته نیز بسیاری کوشیدند اهمیت تصریح درست و بویژه انتخاب صحیح فرم تابع را مورد تأکید قرار دهند و حساسیت پارامترهای مبین ساختار و روابط اقتصادی را نسبت به انتخاب فرم تابعی نشان دهند. در واقع در متون اقتصادی بحث و اهمیت انتخاب شکل تابعی در مطالعات تولید و مصرف از همان زمانی وجود داشته است که کاب داگلاس و استون فرم تابعی خود را ارائه دادند (Thompson, 1988). برای مثال باید از چالفانت نام برد که اشکال تابعی انعطاف پذیر را بررسی کرده است. در این باره وی فرمهای تابعی هزینه ترانسلوگ لئونتیف تعمیم یافته و درجه دوم تعمیم یافته را برای بیان ساختار تولید مقایسه کرده و نشان داده است که چگونه انتخاب فرم تابع بر مقادیر کششهای جانشینی نهاده‌ها، به عنوان یکی از پارامترهای مهم ساختاری، اثر می‌گذارد. وی همچنین نشان داده

است که کشش جانشینی سرمایه و نیروی کار برای مجموعه‌ای از مشاهدات محاسبه شده با استفاده از پارامترهای برآورد شده توابع ترانسلوگ و لئونتیف و درجه دوم تعمیم یافته از ۶۰۳/۰ تا ۲/۶۶ متغیر می‌باشد (Chalfant, 1984). گریفین<sup>۱</sup> نیز در سال ۱۹۸۴ در مقاله‌ای با عنوان «انتخاب شکل تابعی در تحلیل تابع تولید» این گونه عنوان می‌کند که انتخاب شکل تابعی جنبه‌ای از پژوهشهای کاربردی است که بعضی اوقات در تحلیل تولید مورد بی توجهی قرار می‌گیرد. وی در این مطالعه با بیان ویژگیهای مجموعه‌ای از اشکال تابعی، به طور نظری نشان داده است که مقادیر و آماره‌های مختلف از جمله کششها در فرمهای مختلف تابعی متفاوت است. مثلاً ویژگی توابع خطی و لئونتیف و کاب - داگلاس به گونه‌ای است که کشش جانشینی در آنها به ترتیب بی‌نهایت و صفر و یک می‌باشد و در نتیجه این محدودیت بر ساختار تولید از پیش اعمال می‌شود. شام وی و لیم هم سه شکل تابعی انعطاف‌پذیر ترانسلوگ و لئونتیف تعمیم یافته و درجه دوم نرمال شده را با پارامترهای یکسان و با استفاده از داده‌های یکسان برای کشاورزی امریکا برآورد کردند و نشان دادند که شکل تابع تأثیر چشمگیری در مقادیر کششهای محاسبه شده دارد. مطابق برآورد آنان کششهای قیمتی محصولات برای فرم تابعی ترانسلوگ برابر ۱/۴۲ و برای دو فرم دیگر ۰/۳۴ بوده است (Shumway & Lim, 1993).

در ایران هم سلامی و محمدی نژاد در مطالعه‌ای روی ارزش اقتصادی آب کشاورزی در ایران، تأثیر سه فرم تابعی انعطاف‌پذیر ترانسلوگ و درجه دوم و لئونتیف تعمیم یافته را در مقادیر پارامترها، کششهای تولیدی نهاده‌ها و علامتها و معنیداری ضرایب و آماره‌های ضریب تعیین نشان دادند و مشخص کردند که حتی برای تمامی محصولات یک منطقه هم نمی‌توان یک فرم تابع یکسان را اعمال و انتخاب کرد (سلامی و محمدی نژاد، ۱۳۸۱).

در بخش مطالعات اقتصادی مربوط به رفتار مصرف‌کنندگان نیز کارهای مشابهی صورت گرفته و اهمیت انتخاب فرم تابع نشان داده شده است. برای مثال حالت در مطالعه‌ای برای برآورد سیستم توابع تقاضای سه نوع گوشت گوساله و خوک و مرغ در امریکا با استفاده از داده‌های دوره زمانی ۱۹۶۱ تا ۱۹۹۶، چهار فرم تابعی سیستم توابع تقاضای معکوس ترانسلوگ و سیستم توابع

---

1. Griffin

...

تقاضای تقریباً ایده آل و سیستم توابع تقاضای معکوس لیوبل<sup>1</sup> و سیستم توابع مخارج خطی و یک سیستم هیبرید معکوس تقاضا را، که چهار سیستم اولی متداخل در آیند، آزمود و حساسیت کششهای برآورد شده را نسبت به انتخاب فرم تابع نشان داد (Holt, 2002). آلستون و همکاران هم مطالعه‌ای مقایسه‌ای را میان اشکال مختلف تابع عرضه و تقاضا برای اندازه‌گیری منافع حاصل از تحقیقات و توزیع این منافع انجام دادند. این پژوهشگران اثرهای انتخاب فرمهای خطی و درجه دوم و ریشه دوم و کشش ثابت را بر انتقال منحنی عرضه محصولات صنعت بسته‌بندی گوشت امریکا بررسی کردند و نشان دادند که چگونه فرمهای تابعی مختلف نتایج متفاوتی را هم از نظر مقدار و هم توزیع منافع حاصل از تحقیقات (انتقال موازی و چرخشی منحنی عرضه) به دست می‌دهند. آنها در این مطالعه نشان دادند که کششهای برآورد شده از اشکال مختلف نیز به طور معینداری با همدیگر اختلاف دارند، به طوری که مقدار کشش عرضه در توابع مختلف از ۰/۷ تا ۱/۳ تغییر می‌کند (Alston & et al., 1999). آنچه توضیح داده شد نشان می‌دهد که مسئله انتخاب درست فرم تابع در مطالعات تجربی باید مورد توجه جدی قرار گیرد تا نتایج مطالعات تجربی منجر به استنباطهای نادرست سیاستگذاران نشود. هدف اصلی مطالعه حاضر نیز تأکید بیشتر بر لزوم توجه به این مسئله مهم اقتصادسنجی در کارهای تجربی و بویژه در بخش مطالعات مربوط به ساختار تولید بوده که از طریق برآورد فرمهای مختلف تابع تولید گندم و تأثیر انتخاب هر کدام در محاسبه ارزش اقتصادی نهاد آب مصرفی گندم نشان داده شده است.

### روش شناسی تحقیق

فناوری یک واحد تولیدی را، که از  $n$  نهاد تولید استفاده می‌کند و حداکثر تولید ممکن ( $Y$ ) را در طول زمانی مشخص به دست می‌دهد، با استفاده از تابع تولید ضمنی ( $F$ ) به صورت زیر نمایش می‌دهند:

$$Y = F(x_1, x_2, \dots, x_n) = F(X) \quad (1)$$

که در آن  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  بردار مقادیر نهاده‌های تولید است.

تابع تولید ۱ برای اینکه بتواند نظریه تولید نئوکلاسیک‌ها را نشان دهد باید از مجموعه ویژگی‌هایی برخوردار باشد. از جمله این ویژگی‌ها، که در مقدمه اشاره شد، یکنواختی، تقعر، ضرورت، محدود و غیرمنفی بودن، پیوستگی، دوبار قابل مشتق‌گیری بودن است (Chambers, 1988). این خصوصیات به نوعی چارچوب کلی رفتار توابع تولید را مشخص می‌کند. در عین حال می‌تواند در متمایز کردن آن گروه از فرمهای تابعی، که بازگوکننده رفتارهای تولیدی نیستند از گروههایی که می‌توانند برای بیان روابط تولیدی به کار روند، مفید باشند، هرچند که در تعیین فرم مناسب نسبت به دیگران ناتوانند.

بر اساس شرط یکنواختی، فرم تابع تولید باید به گونه‌ای باشد که بتواند نشان دهد با افزایش مصرف یک نهاد، تولید کل نیز افزایش می‌یابد و در نتیجه تولید کرانه‌ای<sup>۱</sup> (MP)، که مشتق اول تابع است، همواره مثبت می‌ماند. این خصوصیت وجود ناحیه سوم تولید را غیرمنطقی می‌داند. لذا گروهی از توابع به اصطلاح انعطاف ناپذیر، که ناحیه سوم را نشان نمی‌دهند، به ظاهر می‌توانند جایگزینی برای تابع تولید باشند. البته همان گونه که چمبرز بیان می‌کند، اگر چه قبول کاهش تولید در قبال افزایش مصرف نهاد (تولید کرانه‌ای منفی) از طرف تولیدکننده رفتاری منطقی نیست، ولی نبود حتمیت در واکنش تولید به میزان مصرف نهادها ممکن است منجر به مصرف بیش از اندازه مطلوب تولیدکننده شود و در عمل، تولید کرانه‌ای منفی را به دنبال داشته باشد. بر همین اساس و برای پی بردن به وجود چنین پدیده‌ای در تولید، بویژه در تولید محصولات کشاورزی و آزمون آن، به کارگیری فرمهای تابعی به اصطلاح انعطاف‌پذیر، که می‌توانند ناحیه سوم تولید را نیز نشان دهند، بر فرمهای تابعی انعطاف‌ناپذیر ترجیح دارند و به عنوان فرمهای برتر تلقی می‌شوند.

خصوصیت تقعر ایجاب می‌کند که فرم تابع تولید به گونه‌ای باشد که بتواند کاهنده بودن تولید کرانه‌ای را نشان دهد. بر همین اساس، توابع خطی را نمی‌توان جایگزینی برای تابع تولیدی منطبق بر مبانی نظری دانست.

---

۱. با اینکه در نوشتارهای داخلی تولید کرانه‌ای (Marginal Product) تولید نهایی ترجمه شده است، ولی به نظر می‌رسد تولید کرانه‌ای به مفهوم MP نزدیکتر باشد. لذا در این مطالعه، مانند برخی دیگر از مطالعاتی از این دست، از تولید کرانه‌ای به جای تولید نهایی استفاده شده است.

...

جمبرز معتقد است که توابع تولید باید خصوصیت ضرورت یا وجود مقادیر بزرگتر از صفر کلیه نهاده‌های تولید برای دستیابی به محصول را نیز نشان دهد. این خصوصیت ایجاب می‌کند که شکل تابع تولید به گونه‌ای باشد که در آن مصرف حداقلی از نهاده‌های تولید برای داشتن مقدار مثبت محصول نشان داده شود. بر این اساس، توابع تولید خطی با عرض از مبدأ را نمی‌توان تأمین‌کننده این خصوصیت نظری به شمار آورد.

با توجه به توضیحات فوق، کلیه اشکال تابعی را که تأمین‌کننده مجموعه خصوصیات ذکر شده باشد می‌توان یک فرم تابع برای بیان روابط تولید ۱ به حساب آورد و برای برآورد پارامترهای الگو و انتخاب فرم برتر مورد آزمونهای اقتصادسنجی قرار داد. در ادامه به توضیح خصوصیات برخی از اشکال تابع پرداخته می‌شود که در مطالعات تجربی بارها مورد استفاده قرار گرفته‌اند و در مطالعه حاضر نیز مورد آزمون قرار می‌گیرند.

یکی از معروفترین توابعی که در بیان روابط ساختاری در تولید از گذشته‌های دور مورد استفاده قرار گرفته است، تابع کاب - داگلاس می‌باشد. این تابع خصوصیات ضرورت، همگنی، یکنواختی، تقعر، پیوستگی، مشتق‌پذیری، غیرمنفی و غیر تهی بودن را دارد (Griffin & et al., 1987). پارامترهای تابع کاب - داگلاس کششهای تولید نهاده‌ها را نشان می‌دهد. این تابع خصوصیت ضرورت مصرف نهاده را نیز به خوبی نمایان می‌سازد. البته بخشی از محدودیتهای ساختاری که این تابع اعمال می‌کند، از مطلوبیت آن در کارهای تجربی در سالهای اخیر کاسته است. از جمله محدودیتهای این تابع می‌توان به ثابت بودن کششهای تولیدی نهاده‌ها در آن اشاره کرد. بدین معنی که بر اساس این تابع، کشش تولید نهاده‌ها در سطوح مختلف مصرف نهاده‌ها یکسان است و ارتباطی به مقدار مصرف نهاده‌های به کار برده شده ندارد، در حالی که در دنیای واقعی این کششها به احتمال در سطوح مختلف مصرف نهاده‌ها متفاوت است. علاوه بر این، این فرم تنها یک ناحیه تولیدی را برای هر نهاده نشان می‌دهد و قادر به تبیین هر سه ناحیه از تابع تولید نیست. همچنین بازده نسبت به مقیاس در این تابع بدون توجه به سطح تولید تعیین می‌شود و برای کلیه سطوح فقط ثابت یا نزولی و یا صعودی و کشش جانشینی آن نیز برابر عدد ثابت یک است (دبرتین، ۱۳۷۶). استفاده از این تابع در

صورتی نتایج درستی به دست می‌دهد که این محدودیتها واقعاً در ساختار تولید نیز وجود داشته باشد. واضح است که استفاده از توابعی که اجازه دهند هر یک از محدودیتهای فوق آزمون شوند، بر استفاده از این تابع ترجیح داده می‌شود، چرا که با انجام آزمونهای لازم از اعمال شرایط خاص بر ساختار تولید پرهیز می‌شود و پارامترهای برآورد شده اعتمادپذیر می‌شوند.

تابع کشش‌جانشینی ثابت<sup>1</sup> (CES) (Arrow & et al., 1961; McFadden, 1963) که ویژگیهای همگنی، یکنواختی، تقعر، پیوستگی، مشتق‌پذیری، غیرمنفی، غیرتهی بودن را تأمین می‌کند، از دیگر فرمهای مورد توجه در مطالعات تجربی است. با اعمال قیودی بر پارامترهای این الگو، این فرم به توابع خطی و کاب - داگلاس و لئونتیف تبدیل می‌شود و در نتیجه مقایسه میان این سه نوع تابع و انتخاب فرم برتر بر اساس آزمونهای اقتصادسنجی ممکن می‌شود. این تابع هر سه نوع بازدهی نسبت به مقیاس و یا هر درجه‌ای از همگنی را نشان می‌دهد. از محدودیتهای فرم CES می‌توان به ثابت بودن کشش‌جانشینی بین دو نهاد در آن اشاره کرد که بستگی به نسبت نهاده‌ها ندارد و هر عددی از صفر تا بی‌نهایت را ممکن است به دست دهد. همچنین همانند تابع کاب - داگلاس، این تابع نیز همواره تنها یک ناحیه از نواحی تولید نئوکلاسیک‌ها را تبیین می‌کند (دبرتین، ۱۳۷۶). علاوه بر این، شرط ضرورت برای این تابع نیز تعریف نشده است.

تابع متعالی "ترانسندنتال" (Halter & et al., 1957) شکل تغییر یافته‌ای از تابع کاب - داگلاس است که کلیه ویژگیهای تابع تولید نئوکلاسیک‌ها را تأمین می‌کند. علاوه بر این، از آنجا که تابع کاب - داگلاس جزئی از تابع ترانسندنتال محسوب می‌شود که با مقید کردن به دست می‌آید، لذا امکان آزمون برتری یکی را بر دیگری به راحتی فراهم می‌آورد. کششهای تولیدی نهاده‌ها در این فرم ثابت نیست ولی مقدار آنها تنها به میزان مصرف همان نهاد بستگی دارد. از خصوصیات مطلوب دیگر این تابع آن است که بازده نسبت به مقیاس در آن ثابت نیست، بلکه بستگی به مقدار مصرف نهاده‌ها دارد. به علاوه این فرم سه ناحیه تولیدی نئوکلاسیک‌ها را نشان می‌دهد. با توجه به این مجموعه صفات، تابع ترانسندنتال را می‌توان یکی از فرمهای مناسب برای بیان روابط تولیدی بر اساس نظریه تولید نئوکلاسیک‌ها، دانست.

---

1. constant elasticity of substitution (CES)

...

تابع ترانسلوگ (Christensen & et al., 1971) هم تمامی ویژگیهای تابع تولید نئوکلاسیک را تأمین می‌کند. از مشخصات دیگر این تابع آن است که اجازه می‌دهد کششهای جانشینی و کششهای تولیدی، بسته به سطح مصرف نهاده‌ها، تغییر کند. به علاوه، مشتق اول این تابع محدودیتی از نظر علامت ندارد. به عبارت، دیگر تابع ترانسلوگ هر سه ناحیه تولیدی را نشان می‌دهد و تولید نهایی در آن فزاینده و کاهنده و یا منفی است. در تابع ترانسلوگ علاوه بر پارامترهای متغیرهای اصلی ضرایب روابط متقابل متغیرها<sup>1</sup> نیز برآورد می‌شود. شرط ضرورت در این تابع تعریف نشده است. تابع کاب - داگلاس حالت خاصی از این تابع محسوب می‌شود و در نتیجه به راحتی قابل آزمون است.

تابع درجه دوم تعمیم یافته (Chambers, 1988) نیز کلیه ویژگیهای تابع تولید نئوکلاسیک‌ها را به جز شرط ضرورت، تأمین می‌کند. تابع خطی متداخل در این فرم وجود دارد. علاوه بر این، همانند تابع ترانسلوگ، کششهای تولیدی در این تابع نیز بستگی به میزان مصرف نهاده‌ها دارد و مشتق اول آن محدودیتی از نظر علامت ندارد. این تابع نیز سه ناحیه تولیدی را نشان می‌دهد. در این تابع نیز پارامترهای روابط متقابل نهاده‌ها برآورد می‌شود و در نتیجه امکان ارزیابی همزمان اثر متقابل نهاده‌ها بر یکدیگر فراهم می‌شود. در این تابع شرط تقعر کلیت ندارد.

تابع لئونتیف تعمیم یافته (Diewert, 1971) نیز تمامی خصوصیات ذکر شده در مورد تابع تولید نئوکلاسیک‌ها را به جز شرط ضرورت، تأمین می‌کند. سایر خصوصیات آن نیز شبیه دو تابع قبلی است، به طوری که مشتق اول آن محدودیتی از نظر علامت ندارد و سه ناحیه تولیدی را نیز نشان می‌دهد (Heady & Dillon, 1961).

اساساً اشکال مختلف تابع تولید در واقع فناوری تولید را نشان می‌دهد و فناوری تولید نیز نحوه ترکیب نهاده‌های مختلف را می‌نمایاند. اختلاف موجود در شرایط تولید و مدیریت کشاورزان موجب می‌شود که آنها به شیوه‌های گوناگون نهاده‌های تولید را باهم ترکیب کنند. بنابراین به توباعی نیاز است که این اختلاف را بهتر نشان دهد.

با توجه به ویژگیهای ذکر شده در خصوص فرمهای تابعی بررسی شده، می‌توان گفت که سه تابع آخر یعنی ترانسلوگ و درجه دوم تعمیم یافته و لئونتیف تعمیم یافته محدودیتهای کمتری نسبت به دو تابع اول یعنی کاب-داگلاس و CES بر ساختار تولید اعمال می‌کنند. با توجه به اینکه فرمهای تابعی مذکور به تعداد کافی پارامتر دارند که هیچ‌گونه محدودیتی بر ساختار فناوری تولید اعمال نمی‌کنند، آنها را فرمهای انعطاف‌پذیر می‌نامند (Diewert, 1971). این فرمها امکان انعکاس اختلاف در شرایط تولید و مدیریت را نیز بهتر فراهم می‌کنند. مفهوم انعطاف‌پذیری در اشکال تابعی، که نخستین بار آن را دیورت (همان منبع) مطرح کرد، عبارت است از: وجود پارامترهای آزاد در یک شکل تابعی برای ارائه یک تقریب (معمولاً مرتبه دوم از هر تابع دلخواه. به عبارت دیگر، انعطاف‌پذیری به مفهوم قدرت یک تابع در ارائه تقریبی مرتبه دوم از هر تابع دلخواه پیرامون هر نقطه در دامنه تابع است. این مفهوم از انعطاف‌پذیری که مبتنی بر بسط تیلور<sup>۱</sup> است، انعطاف‌پذیری موضعی نامیده می‌شود و فرم تابعی دارای این خصوصیت در متون اقتصاد تولید به تابع انعطاف‌پذیر موضعی یا انعطاف‌پذیر دیورت معروف است (Thompson, 1988 & Chambers, 1988). خصوصیات مناسب اشکال انعطاف‌پذیر از یک سو و پیشرفتهای صورت گرفته در نظریه دوگان، به ویژه بهره‌گیری از قضایای هاتلینگ و سفارد و اتحاد روی<sup>۲</sup> برای به دست آوردن توابع عرضه و تقاضا بدون نیاز به حل تحلیلی و همچنین پیشرفت در روشهای برآورد غیرخطی پارامترها از سوی دیگر موجبات توجه بیشتر و استفاده گسترده از اشکال تابعی انعطاف‌پذیر را فراهم ساخته است.

اشکال تابعی کاب - داگلاس و CES و خطی، که فاقد خیلی از ویژگیهای توابع انعطاف‌پذیرند، و به دلیل نداشتن پارامترهای کافی محدودیتهایی بر ساختار فناوری تولید اعمال می‌کنند، اشکال تابعی انعطاف‌ناپذیر نامیده می‌شوند (Samuelson, 1979). این نوع توابع، تخمینی خطی (مرتبه اول) از متغیرها به دست می‌دهند و در نتیجه دارای پارامترها و قدرت توضیح‌دهندگی کمتری نسبت به اشکال تابعی انعطاف‌پذیرند (همان منبع). در جدول ۱ شکل عمومی و بعضی از خصوصیات تعدادی از شکلهای تابعی انعطاف‌پذیر و انعطاف‌ناپذیر آمده است.

---

1 . Taylor

2 . Hotelling lemma, Shephard, Roy identity



جدول ۲. پارامترهای برآورد شده توابع تولید گندم

پارامترها	تابع کاب-داگلاس	تابع ترانسندنتال	تابع ترانسلوگ	تابع لئونتیف تعمیم یافته	تابع درجه دوم تعمیم یافته
INTERCEPT	2.73*** (0.44)	1.35* (0.73)	-11.15*** (3.84)	-2669.4 (1467.8)	136.2 (431.1)
$\beta_A$	0.46*** (0.17)	0.11 (0.24)	-2.81** (1.19)	246.8 (605.3)	51.33*** (15.2)
$\beta_W$	0.34*** (0.085)	0.52*** (0.13)	3.04*** (0.99)	132.5*** (45.4)	0.75*** (0.17)
$\beta_{FER}$	-0.028 (0.037)	0.015 (0.039)	2.45*** (0.90)	242.5** (89.7)	-3.04 (2.01)
$\beta_S$	0.15 (0.19)	0.42 (0.27)	1.58 (1.36)	-544.8 (495.4)	-17.8* (8.98)
$\beta_{AA}$			0.7*** (0.3)	-3.37 (143.3)	0.31 (0.26)
$\beta_{ww}$			-0.13 (0.12)	2.68 (2.15)	0.0003*** (0.00007)
$\beta_{FERFER}$			-0.0027 (0.04)	23.5* (12)	0.04*** (0.006)
$\beta_{ss}$			-0.3 (0.26)	284.6* (124.7)	0.37*** (0.09)
$\beta_{AW}$				48.14** (17.4)	0.025*** (0.0056)
$\beta_{AFER}$			-0.006 (0.14)	-50.8*** (16.95)	-0.25*** (0.051)
$\beta_{AS}$				-108.1 (103.3)	-0.35** (0.13)
$\beta_{WFER}$			-0.29*** (0.14)		
$\beta_{WS}$				-49.16** (18.1)	-0.018*** (0.0038)
$\beta_{FERS}$					0.1*** (0.028)
$\gamma_A$		0.0033* (0.0019)			
$\gamma_W$		-0.00004 (0.000026)			
$\gamma_{FER}$		-0.00027 (0.00016)			
$\gamma_S$		-0.0015 (0.0011)			
$R^2$	0.91	0.93	0.94	0.94	0.96
$D.W.$	1.8	1.8	2.07	2.18	1.85

\*\*\*، \*\* و \* به ترتیب معنیداری در سطح یک درصد، ۵ درصد و ده درصد را نشان می‌دهد.  
تذکر: در جدول فوق اعداد داخل پرانتز انحراف معیار ضرایب و اندیسهای A، W، FER به ترتیب مربوط به نهاده‌های زمین، آب، کودشیمیایی و بذر است.

...

در توابع فوق  $x_i$  ها نهاده های تولید و  $\beta_i, \beta_{ii}, \gamma_{ii}, \gamma_{ij}$  و  $\alpha$  پارامترها و  $Y$  مقدار محصول و  $i=1,2,\dots,n$  و  $\ln$  نماد لگاریتم طبیعی است.  $\Pi$  و  $\Sigma$  به ترتیب نشاندهنده حاصل ضرب و حاصل جمع است.

همان گونه که ملاحظه شد، شکل‌های تابعی انعطاف‌پذیر در بسیاری از موارد خصوصیات مشترک دارند و از لحاظ نظری قابل قبولند، بنابراین برای انتخاب فرم برتر از میان این گروه از فرمها، که به مناسبترین شکل روابط تولیدی مورد بررسی را نشان دهد، باید از معیارهای دیگری نیز بهره گرفت. به اعتقاد گجراتی تعداد پارامترهای کمتر، سادگی تفسیر، سادگی محاسباتی، خوبی برازش، قدرت تعمیم‌دهی و پیش‌بینی از جمله معیارهای دیگری هستند که در تعیین الگوی اقتصادسنجی برای کارهای تجربی مفیدند (گجراتی، ۱۳۷۸). مطابقت و سازگاری علامتها و مقادیر پارامترهای تابع و کششها با نظریه‌های اقتصادی نیز از معیارهای دیگر در شناسایی الگوی برتر از دیدگاه تامپسون (Thompson, 1988) است. علاوه بر این، براساس نظر تامپسون، در کنار معیارهای مذکور، مطالعات تجربی نیز احتمالاً راهنمای خوبی برای انتخاب الگوی برترند.

آزمونها و معیارهای اقتصادسنجی مناسبی نیز وجود دارد که به انتخاب الگوی مناسب کمک می‌کند که از جمله آنها می‌توان به آزمونهای باکس - کاکس، متداخل<sup>۱</sup> (Greene, 1993) و آزمون نرمال بودن جملات اخلال اشاره کرد. به طور کلی هر قدر در انتخاب الگوی تابع تولید بیشتر دقت گردد و الگوی مناسبتر برگزیده شود، روابط تولیدی به طور واقعیت‌منعکس و از بروز خطا در بیان روابط بین نهاده‌ها و ستانده‌ها کاسته خواهد شد.

برآورد توابع تولید در مطالعات تجربی اساساً با هدف پی بردن به نحوه واکنش تولید در مقابل مصرف نهاده‌ها و نیز تعیین نقش هر کدام از نهاده‌ها در جریان تولید و بررسی امکان جانشینی نهاده‌ها به جای یکدیگر در جریان تولید صورت می‌گیرد. میزان نقش هر یک از نهاده‌ها را در افزایش تولید، مشتق اول تابع نسبت به هر نهاده، که در متون اقتصادی تولید کرانه‌ای نامیده می‌شود،

---

1. Nested testing method

نشان می‌دهد. در تولید هر محصول هر نهاده با تولید کرانه‌ای بیشتر، نهاده با ارزش‌تر محسوب و در بازار عوامل تولید بهای بیشتری برای آن پرداخت می‌شود. طبق تعریف، چنانچه بازار محصول و بازار عوامل تولید رقابتی باشد، ارزش اقتصادی هر نهاده از حاصل ضرب تولید کرانه‌ای آن در قیمت هر واحد محصول به دست می‌آید. در این باره ارزش اقتصادی آب مصرفی در تولید هر محصول و از جمله گندم از طریق زیر محاسبه می‌شود:

$$MP_w * P_y = MVP_w = P_w \quad , \quad MP_w = \frac{\partial Y}{\partial w}$$

که در آن  $MP_w$  تولید کرانه‌ای نهاده آب،  $P_y$  قیمت محصول،  $MVP_w$  ارزش تولید کرانه‌ای و  $P_w$  قیمت اقتصادی آب است. با توجه به اینکه در رابطه فوق ارزش یا قیمت به دست آمده تابعی از تولید کرانه‌ای آب و خود تولید کرانه‌ای مشتق تابع تولید است، پس قیمت نهاده آب از تابع تولید اولیه نیز تأثیر می‌پذیرد و هر نوع تغییر در شکل و فرم تابع تولید، که بر پارامترهای برآورده اثر بگذارد، بر ارزش اقتصادی محاسبه شده آب نیز اثر خواهد گذاشت. در این باره تلاش در انتخاب فرم درست امری ضروری برای تعیین ارزش واقعی هر نهاده و از جمله نهاده آب است.

## داده‌ها

آمار و اطلاعات مورد نیاز این تحقیق از طریق نمونه‌گیری تصادفی دو مرحله‌ای از گندمکاران اراضی زیر سد و شبکه علویان مراغه با طراحی و تکمیل پرسشنامه گردآوری شده است. اطلاعات لازم از ۵۵ کشاورز گندمکار در سال ۱۳۸۱ جمع‌آوری شده است و شامل متغیرهای سطح زیر کشت، تعداد قطعات، مقدار تولید، مقدار نهاده‌های مختلف مصرف شده در مراحل مختلف کاشت، داشت و برداشت و همچنین قیمت‌ها و هزینه نهاده‌های مصرف شده است.

## نتایج و بحث

به منظور نشان دادن تأثیر انتخاب الگوهای مختلف بر مقدار ارزش اقتصادی به دست آمده برای آب در تولید محصول گندم پنج نوع تابع تولید که شامل کاب - داگلاس، ترانسندنتال،

...

ترانسلوگ درجه دوم تعمیم یافته و لئونتیف تعمیم یافته، به عنوان جایگزینهای اولیه برای بیان رابطه بین عوامل تولید و مقدار تولید گندم، انتخاب و با استفاده از اطلاعات و آمار جمع آوری شده برآورد شدند. نتایج حاصل از برآورد فرمهای مختلف از نظر مقادیر پارامترها و دیگر آماره‌های مربوط در جدول ۲ گزارش شده است. در توابع برآورد شده مقدار تولید گندم ( $Y$ ) بر حسب کیلوگرم و تابعی از سطح زیر کشت ( $A$ ) بر حسب صد متر مربع است. همچنین مقدار آب ( $W$ ) بر حسب مترمکعب، کود شیمیایی ( $FER$ ) و بذر ( $S$ ) مصرفی بر حسب کیلوگرم است. علاوه بر عوامل فوق، نهاده‌های نیروی کار و عملیات ماشینی (عمدتاً شخم و دیسک)، که به نظر می‌رسد جزو عوامل مهم و مؤثر در تولیدند، در تمامی الگوها ارزیابی شدند که به دلیل معیندار نبودن پارامترهای آنها از لحاظ آماری از الگوها حذف گردیدند. با توجه به فرهنگ کشاورزی منطقه و عملیات زراعی مرسوم و معمول در آن به این ترتیب که تقریباً همه کشاورزان برای عملیات مشخص به یک میزان از نیروی کار و ماشین‌آلات در واحد سطح استفاده می‌کنند و اختلاف زیادی میان آنها در استفاده از نهاده‌های تولیدگندم وجود ندارد، معیندار نبودن این عوامل دور از انتظار نیست. علاوه بر این، همان گونه که از جدول ۲ پیداست، برخی از متغیرها که نشاندهنده روابط متقابل میان بعضی دیگر از متغیرها مانند سطح زیر کشت و بذر، آب و بذر و سطح زیر کشت و آب هستند، به دلیل ایجاد همخطی و معیندار نبودن از الگوها حذف گردیدند که بر این اساس، فرمهای اصلاح شده<sup>۱</sup> مدلها برآورد شده است. از پارامترهای گزارش شده در جدول ۲ برای محاسبه کشتهای تولیدی و قیمت سایه‌ای آب استفاده گردیده که نتایج در جدول ۳ گزارش شده است. همان گونه که جدول ۱ نشان می‌دهد، کشت تولیدی نهاده‌ها در توابع انعطاف‌پذیر تابعی از سطح مصرف نهاده‌ها و در مواردی سطح تولیدی است. بر اساس عرف موجود در این گونه مطالعات، کشتهای مذکور در میانگین سایر عوامل محاسبه می‌شود. در مطالعه حاضر نیز همین روش به کار گرفته شده است. علاوه بر این، محاسبه قیمت سایه‌ای آب نیز در میانگین

---

1. modified form

مقادیر سایر متغیرها صورت گرفته است. همچنانکه از جدول ۳ پیداست، قیمت‌های سایه‌ای محاسبه شده برای نهاده آب و مقادیر کشش‌های تولیدی برای این نهاده در توابع مختلف تفاوت قابل توجهی با یکدیگر دارند. قیمت اقتصادی محاسبه شده هر متر مکعب آب با توجه به پارامترهای تابع درجه دوم تعمیم یافته، ۳۹۰ ریال است. این رقم بر اساس پارامترهای برآورد شده الگوی ترانسندنتال ۶۱۵ ریال است. کشش‌های تولیدی آب نیز از ۰/۲۹ تا ۰/۴۴ در نوسان است. همان گونه که جدول‌های ۲ و ۳ نشان می‌دهد، عملکرد توابع از لحاظ بیان روابط تولیدی موجود، نه تنها بین توابع انعطاف پذیر و انعطاف ناپذیر بلکه بین فرم‌های انعطاف پذیر نیز متفاوت است. این نکته مبین این واقعیت است که حتی انعطاف پذیر بودن یک تابع نیز برای انتخاب مستقیم آن به عنوان تابع تولید کافی نیست، بلکه برآورد فرم‌های مختلف تابعی و انتخاب فرم برتر بر اساس آزمون‌ها و معیارهای اقتصادسنجی امری ضروری است. نگاه اولیه به جدول ۲ نشان می‌دهد که چنانچه مسئله برآورد همزمان چند تابع و مقایسه بین آنها مطرح نباشد، هر یک از الگوهای برآورد شده را می‌توان به صورت تابع تولید گندم توجیه کرد، چرا که تمامی این توابع از لحاظ معیندار بودن پارامترها و قدرت توضیح‌دهندگی آنها ( $R^2$ ) نسبتاً مناسبند. به علاوه آماره دورین واتسون نیز نبودمشکل همبستگی بین جملات خطا را نشان می‌دهد. اما مقایسه مقادیر محاسبه شده برای ارزش اقتصادی آب و کشش‌های تولیدی این عامل (جدول ۲) به خوبی نشان می‌دهد که چنانچه چنین عملی صورت بگیرد تا چه اندازه می‌تواند به استنباط‌های سیاست‌گذاری متفاوت منجر شود. این مقایسه به خوبی ضرورت و اهمیت برآورد توابع مختلفی را که به لحاظ نظری می‌توانند مناسب برای تابع تولید باشند و همچنین اهمیت انتخاب نهایی فرم برتر بر اساس معیارهای اقتصادسنجی را نشان می‌دهد.

در مطالعه حاضر برای مقایسه فرم‌های مختلف برآورد شده و مشخص کردن فرم ارجح، مراحل مختلفی طی گردید. در وهله اول الگوهای برآورد شده از لحاظ نرمال بودن توزیع جملات اخلاط بررسی شدند. بر اساس مقدار آماره (JB) (Judge & et al., 1988) به دست آمده (جدول ۳)، به

...

غیر از تابع لئونتیف تعمیم یافته، نرمال بودن توزیع اجزای اخلاص بقیه مدلها رد نمی‌شود. بنابراین از لحاظ این معیار، الگوی لئونتیف رد می‌شود. برای انتخاب از میان سایر مدلها مقایسه‌ای بین تابع کاب - داگلاس و ترانسندنتال انجام گرفت و تابع کاب - داگلاس بر اساس معیار تعداد ضرایب معنیدار برتر شناخته شد (جدول ۳).

برای مقایسه تابع کاب - داگلاس، به عنوان یک فرم انعطاف ناپذیر، با تابع ترانسلوگ، به عنوان یک فرم انعطاف پذیر (تابع دوم به عنوان تابع غیرمقید و تابع اول به عنوان تابع مقید در نظر گرفته شد)، از آزمون نسبت درستنمایی استفاده شد. نتایج این آزمون در جدول ۵ آمده است. در این جدول بر اساس آماره LR، برتری تابع کاب - داگلاس نسبت به تابع ترانسلوگ در سطح اطمینان یک درصد رد می‌شود. لذا در این مرحله تابع انعطاف پذیر ترانسلوگ تابع برتر شناخته می‌شود.

آزمونهای بعدی با هدف مقایسه توابع انعطاف پذیر ترانسلوگ، درجه دوم تعمیم یافته و لئونتیف تعمیم یافته صورت گرفته است. در نهایت، برای انتخاب فرم تابعی برتر از میان فرمهای ترانسلوگ، درجه دوم و لئونتیف تعمیم یافته، بر اساس آزمون نرمال بودن توزیع جملات اخلاص، تعداد پارامترهای معنیدار در الگوی برآورد شده و آماره  $R^2$  مشخص شده است. جدول ۳ این مقایسه را نشان می‌دهد. در بررسی نتایج هر سه تابع انعطاف‌پذیر، همان گونه که این جدول نشان می‌دهد، از میان توابع انعطاف پذیر ذکر شده، تابع درجه دوم تعمیم یافته از لحاظ تعداد ضرایب معنیدار و نرمال بودن توزیع جملات اخلاص نسبت به تابع لئونتیف تعمیم یافته برتر است و همچنین از نظر تعداد ضرایب معنیدار نسبت به تابع ترانسلوگ و هم به دلیل اینکه به جز یک مورد تمامی ضرایب مربوط به اثرهای متقابل متغیرهای توضیحی را شامل می‌شود، برتر است. بر همین اساس و با استناد به ملاکها و آزمونهای پیشگفته، به نظر می‌رسد که فرم تابع درجه دوم تعمیم یافته مناسبتر از سایر فرمهای تابعی روابط تولید گندم در منطقه مورد مطالعه باشد. همان گونه که جدول ۲ نشان می‌دهد، ارزش اقتصادی برآورد شده هر متر مکعب نهاده آب با استفاده از پارامترهای برآورد شده تابع درجه دوم تعمیم یافته، معادل ۳۹۰ ریال است که تفاوت بسیاری با قیمت‌های به دست آمده از سایر الگوها دارد. این اختلاف

زیاد در واقع ارزش اطلاعات صحیح و سودمندی دقت در انتخاب الگوی مناسب در مطالعات تجربی را نشان می‌دهد.

**جدول ۳. کششهای تولیدی و ارزش اقتصادی محاسبه شده آب بر اساس پارامترهای الگوهای مختلف**

نام تابع	ارزش اقتصادی آب (ریال)	کشش تولیدی آب
کاب - داگلاس	۵۶۲	۰/۳۹
ترانسندنتال	۶۱۵	۰/۴۴
ترانسلوگ	۶۱۷	۰/۴۳
لئونتیف تعمیم یافته	۶۳۹	۰/۴۶
درجه دوم تعمیم یافته	۳۹۰	۰/۲۹

مأخذ: یافته های تحقیق

**جدول ۴. مقایسه توابع مختلف از نظر معنیداری پارامترهای برآورد شده و آزمون نرمال**

بودن جملات اخلال

نام تابع	تعداد کل ضرایب	تعداد ضرایب معنیدار	مقدار آماره JB
کاب - داگلاس	۵	۳	۰/۲۰
ترانسندنتال	۹	۲	۰/۴۵
ترانسلوگ	۱۱	۶	۰/۶
لئونتیف تعمیم یافته	۱۳	۷	۷
درجه دوم تعمیم یافته	۱۴	۱۱	۱

مأخذ: یافته های تحقیق

**جدول ۵. مقایسه توابع کاب داگلاس و ترانسلوگ بر اساس آزمون نسبت درستنمایی**

الگوی برآورد شده	مقدار تابع درستنمایی	تعداد پارامترها	LR محاسبه شده	مقدار بحرانی LR ( $\alpha=0.01$ )
ترانسلوگ	۱۲/۵۲	۱۱	۱۶/۵	۱۰/۵
کاب - داگلاس	۴/۵۳	۵		

مأخذ: یافته های تحقیق

...

نتایج مقایسه فرمهای انعطاف‌پذیر در این مطالعه حاکی از آن است که اولاً انعطاف‌پذیری فرمهای تابعی را نمی‌توان شرط کافی برای انتخاب مستقیم آنها دانست. ثانیاً فرمهای متداول انعطاف‌پذیر از جمله فرم ترانسلوگ نیز احتمالاً ملاک مناسب و استنادی قوی برای انتخاب فرم مربوط در تحقیقات تجربی بعدی نیست، بلکه در هر مورد باید فرمهای متعدد آزمون شود و فرم برتر براساس معیارهای مذکور مشخص گردد.

گرچه هدف اولیه از انجام این مطالعه برآورد ارزش اقتصادی آب نیست، ولی ذکر این نکته مفید به نظر می‌رسد که ارزش محاسبه شده برای نهاده آب با استفاده از پارامترهای الگوی درجه دوم تعمیم یافته، به عنوان یک الگوی برتر در بیان ساختار تولید گندم در منطقه مورد مطالعه، معادل ارزش ۰/۳۴ کیلوگرم گندم به قیمت سال ۱۳۸۱ است. به عبارت دیگر با توجه به اینکه مقدار متوسط آب مصرفی در هر هکتار گندم در این منطقه حدود ۳۵۰۰ مترمکعب و متوسط عملکرد گندم در هکتار حدود ۴ تن است، لذا با در نظر گرفتن ۳۹۰ ریال برای هر متر مکعب آب، هزینه این نهاده ۲۷ درصد ارزش تولید گندم در یک هکتار می‌شود. اگر چه این سهم نسبت به سهم ۸ درصدی هزینه آب از کل ارزش تولید گندم با قیمت‌های موجود آب بسیار بیشتر است، ولی با توجه به کمبود آب در کشور، تخصیص حدود ۲۷ درصد از ارزش تولید به این نهاده غیرمنطقی به نظر نمی‌رسد. البته افزایش قیمت نهاده‌های تولید پیامدهای خاص خود را دارد که همواره باید مورد توجه قرار گیرد.

## منابع

۱. دبرتین، د. ال. (۱۳۷۶)، اقتصاد تولید کشاورزی، ترجمه م. موسی نژاد، و. ر. نجارزاده، مؤسسه تحقیقات اقتصادی دانشگاه تربیت مدرس.
۲. سلامی، حبیب اله و امیر محمدی نژاد (۱۳۸۱)، تعیین ارزش اقتصادی آب کشاورزی با استفاده از توابع تولید انعطاف‌پذیر: مطالعه موردی دشت ساوه، مجله علمی پژوهشی علوم و صنایع کشاورزی، جلد ۱۶، شماره ۲، دانشگاه فردوسی مشهد.
۳. گجراتی، دامودار (۱۳۷۸)، مبانی اقتصاد سنجی، ترجمه حمید ابریشمی، انتشارات دانشگاه تهران.

4. Alston M. Julian, Sexton J. Richard and Zhang Mingxia (1999), Imperfect competition, functional forms, and the size and distribution of research benefits, *Agricultural Economics*, PP. 155-172.
5. Arrow, K.J., H.B. Chenery, B.S. Minhas and R.M. Solow (1961), Capital-Labor substitution and Economic efficiency, *Review of Economics and Statistics*, 43: 50-225.
6. Chalfant, J. A. (1984), Comparison of alternative functional forms with application to agricultural input data, *American Journal of Agricultural Economics*, 66: 216-220.
7. Chambers, R. G. (1988), Applied production analysis: A dual approach, Cambridge University Press.
8. Christensen, L.R., D.W. Jorgenson and L.J. Lau (1971), Conjugate and the transcendental logarithmic function, *Econometrica*, 39: 68-259.
9. Diewert, W.E (1971), An application of the Shephard duality theorem: A generalized Leontief production function, *Journal of Political Economics*, 79:481-507.
10. Greene, B. and P. Kennedy (1990), A guide to econometrics, MIT Press, Cambridge.
11. Greene, W.H. (1993), Econometric analysis, Macmillan publishing Company, New York.
12. Griffin, R. C., J. M. Montgomery and M. E. Rister (1987), Selecting functional form in production analysis, *Western Journal of Agricultural Economics*, 12: 216-227.
13. Halter, A.N., H.O. Carter and J.G. Hocking (1957), A note on the transcendental production function, *Journal of farm Economics*, 39:966-974.

...

14.Heady, E.O. and J. Dillon (1961), Agricultural production functions, the Iowa state University Press, Ames, Iowa.

15.Holt Matthew, T. (2002), Inverse demand system and choice of functional form, *European Economic Review*, 46:117-142.

16.Judge, G., R.C. Hill, W.E. Griffiths, H. Lutkepohl and T.C.Lee (1988), Introduction to the theory and practice of econometrics, John Wiley and Sons, New york.

17.McFadden, D. (1963), Constant elasticity of substitution production functions, *Review of Economic Studies*, 30: 73-83.

19.Samuelson, P.A. (1976), Paul Dougla's measurement of production functions and marginal productivities, *Journal of Political Economy*, 87: 39-923.

20.Shumway, C. R. and H. Lim (1993), Functional form and U.S. agricultural production elasticities, *Journal of Agricultural and Resource Economics*, 18:266-276.

21.Thompson, C. D. (1988), Choice of flexible functional forms: Review and appraisal, *Western Journal of Agricultural Economics* , 13: 169-183.

